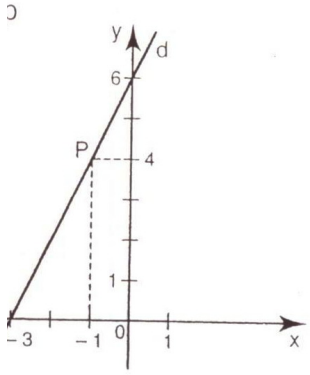
A) Définitions

Une fonction du premier degré en x est une expression de la forme
$f : x \to y = mx + p \ \ avec \ \ m \neq 0$

Le graphique d'une fonction f du premier degré en x, noté G_f, est une droite (d) dont l'équation est : y = mx +p.
Un point appartient au graphique d'une fonction si ses coordonnées vérifient l'équation de ce graphique.

Remarque : On dit que le point P appartient au graphique de f mais que le couple (-1 ;4) appartient à la fonction f.

Exemple :



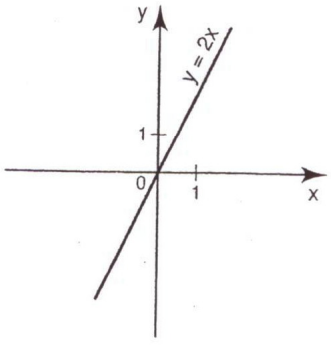
$f : x \to y = 2x + 6$

$P(-1;4) \in G_f$ car $4 = 2 \cdot (-1) + 6$

Toute fonction du premier degré en x est soit une fonction linéaire si p est nul, soit une fonction affine si p est différent de zéro.

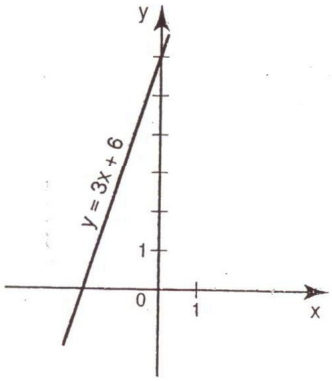
Exemple :

Fonction linéaire
p = 0 ⇒ y = mx
Exemple : y = 2x



Le graphique est une droite passant par (0 ; 0).

Fonction affine
p ≠ 0 ⇒ y = mx + p
Exemple : y = 3x + 6



Le graphique est une droite ne passant pas par (0 ; 0).

B) Construction d'un graphique

Principe : Puisque le graphique d'une fonction du premier degré est une droite, pour le construire il suffit de déterminer deux de ses points.

En pratique

Pour construire le graphique d'une fonction linéaire (y=mx), on peut utiliser les points (0 ;0) et (1 ;m)

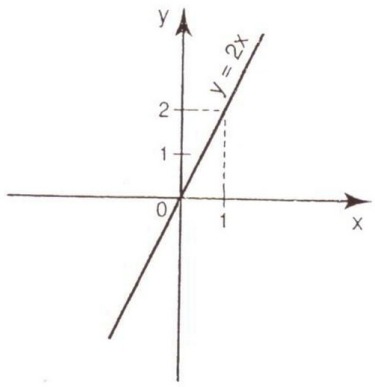
Exemple :

Exemple $y = 2x$

x	0	1
y	0	2

$x = 0 \Rightarrow y = 2 \cdot 0$
$y = 0$

$x = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 1$
$y = 2$



Pour construire le graphique d'une fonction affine (y=mx +p), on peut utiliser les points (0 ;p) et (-p/m ;0).

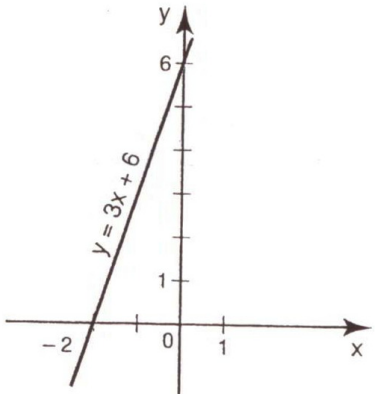
Exemple :

Exemple $y = 3x + 6$

x	0	−2
y	6	0

$x = 0 \Rightarrow y = 3 \cdot 0 + 6$
$y = 6$

$y = 0 \Rightarrow 0 = 3x + 6$
$x = -2$



L'ordonnée à l'origine de la droite est l'ordonnée du point d'intersection de celle ci avec l'axe y.
En pratique, elle s'obtient en calculant la valeur numérique de y pout x =0. Il s'agit de p.

L'abscisse à l'origine de la droite est l'abscisse du point d'intersection de celle ci avec l'axe x.
En pratique, elle s'obtient en résolvant l'équation y = mx+p. Il s'agit de –p/m. Ce nombre est appelé le zéro de la fonction y=mx+p ou la racine de l'équation mx+p=0.

C) Fonction et droite

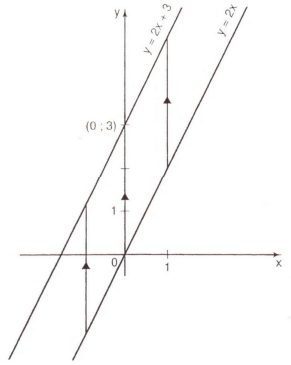
Toute fonction du type y = mx se représente par une droite passant par l'origine.
Toute fonction qui se représente par une droite passant par l'origine est une fonction du type y = mx

La droite qui représente une fonction du type y=mx+p est l'image de celle qui représente la fonction y = mx par la translation qui applique (0 ;0) sur (0 ;p).

Exemple :

Exemple

y = 2x et y = 2x + 3

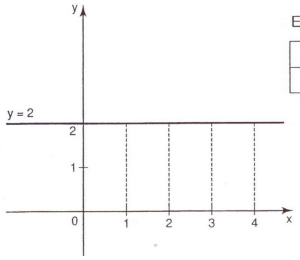


Certaines droites du plan ne représentent pas des fonctions du premier degré

Tous les points d'une droite parallèle à l'axe x ont la même ordonnée, son équation s'écrit y=p

Exemple :

Cette équation n'est pas du premier degré en x. Ce type de fonction est une fonction constante



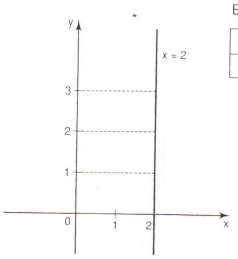
Exemple : y = 2

x	1	2	3	4
y	2	2	2	2

Tous les points d'une droite parallèle à l'axe y ont la même abscisse, son équation s'écrit x=k

Exemple :

Les droites parallèles à l'axe y ne représentent pas des fonctions car à une valeur de x correspond plusieurs y.



Exemple : x = 2

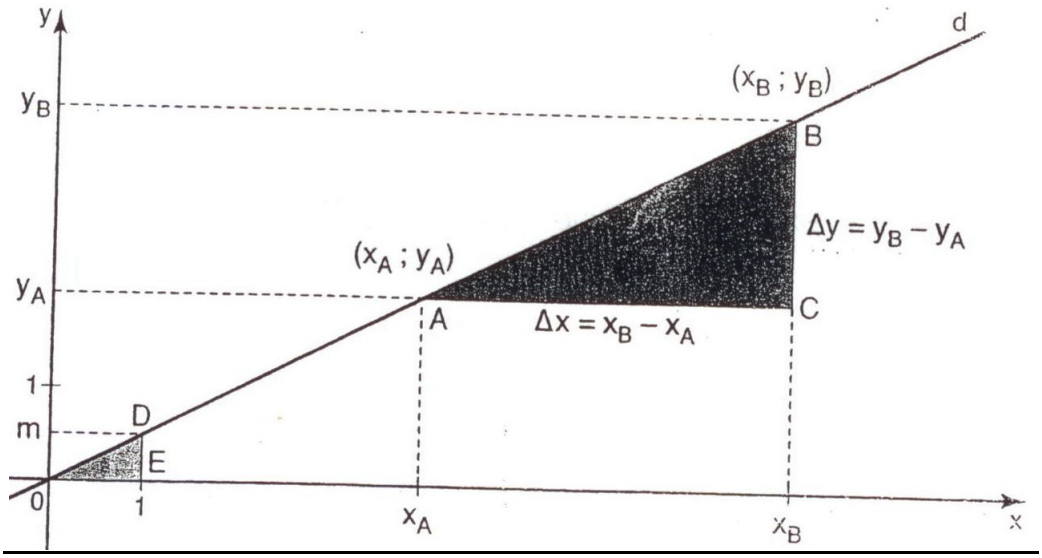
x	2	2	2	4	5
y	1	2	3	?	?

D) Pente ou coefficient angulaire d'une droite.

La pente d'une droite caractérise son inclinaison par rapport à l'axe de x.

La pente d'une droite est le rapport entre l'accroissement des ordonnées (Δy) et celui des abscisses (Δx) de deux points quelconques de la droite.

Pente d'une droite d'équation y=mx



Exemple :

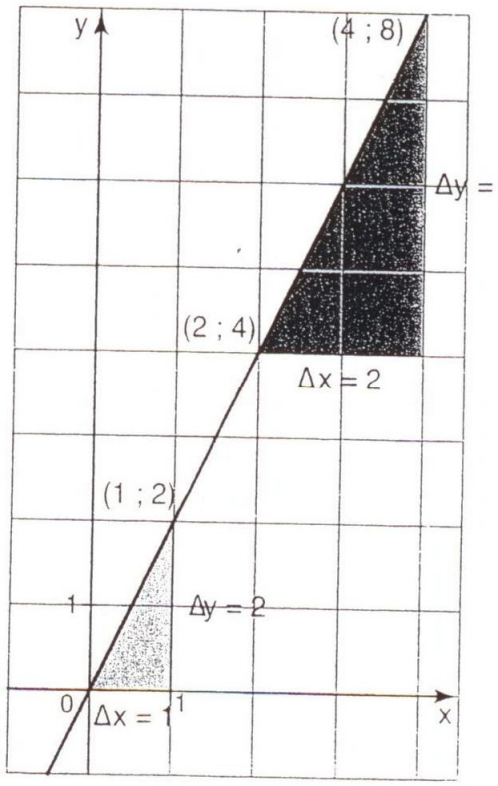
Exemple : y = 2x

En utilisant les points (0 ; 0) et (1 ; 2),

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$$

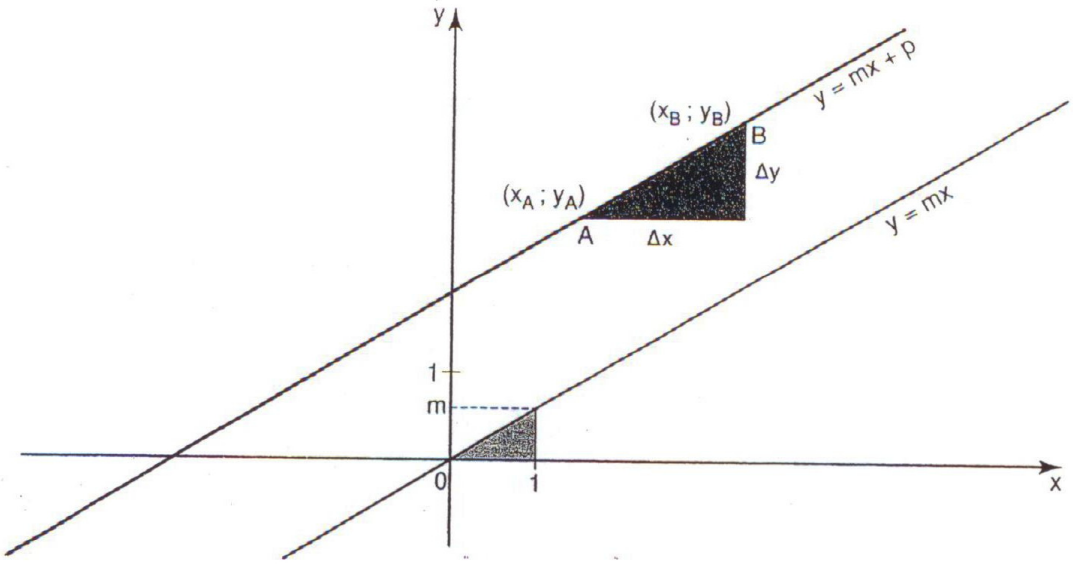
En utilisant les points (2 ; 4) et (4 ; 8),

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8-4}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

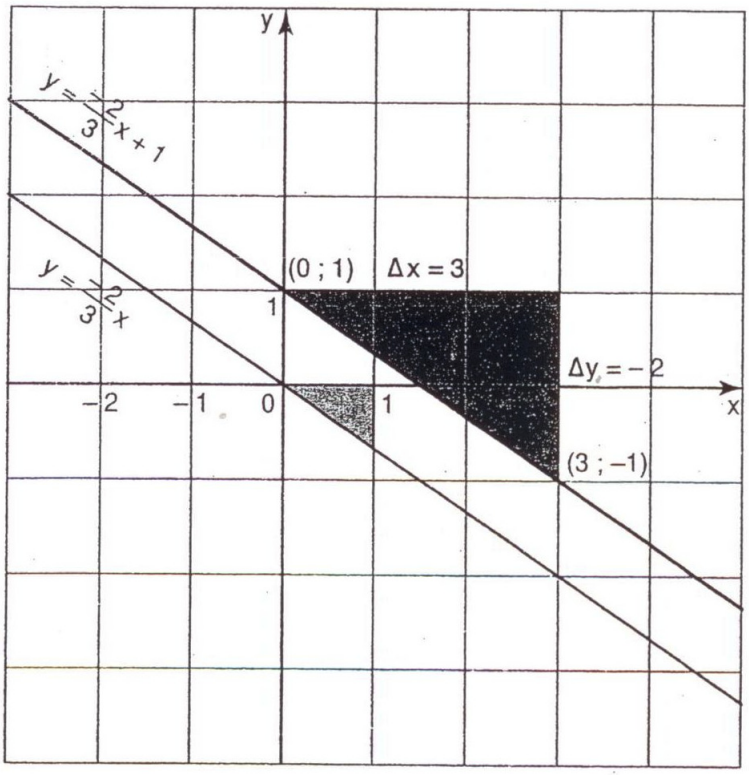


Pente d'une droite d'équation y=mx+p

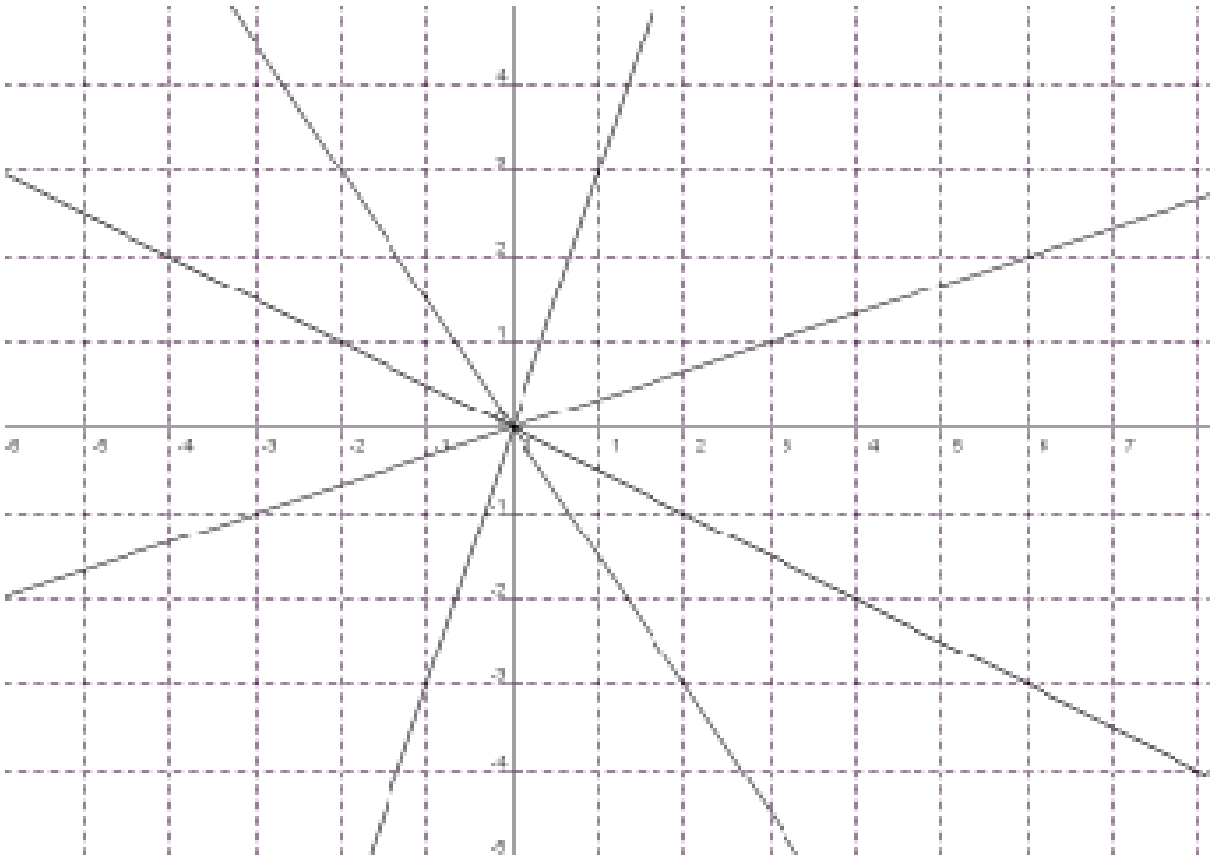
Les droites d'équation y = mx et y = mx+p sont image l'une de l'autre par une translation ;elles sont donc parallèles et ont la même pente (m).



Exemple :



A vous de déterminer les pentes de ces droites !

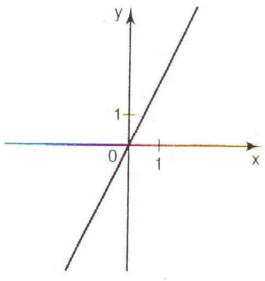


E) Croissance et décroissance

La croissance d'une fonction du premier degré du type y = mx+P dépend du signe de m
Si m>0 alors la fonction est croissante
Si m<0 alors la fonction est décroissante.

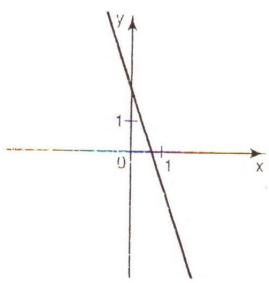
Exemple :

y = 2x



Fonction croissante

y = – 3x + 2



Fonction décroissante

F) Détermination de l'équation d'une droite

L'expression y =mx+p est la forme générale d'une droite de pente m et passant par le point (0 ;p).
Pour déterminer l'équation d'une droite, il faut connaître les valeurs des coefficients m et p.

Recherche de m :

Soit la pente est donnée, soit la pente se calcule en utilisant la formule $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

La pente est égale à celle d'une droite parallèle à la droite donnée.

Recherche de p :
La pente étant connu, pour déterminer la valeur de p, il suffit de remplacer dans l 'équation y= mx+p, x et y par les coordonnées d'un point de la droite

Exemple 1:

Équation de la droite d de pente 2 et passant par le point (1 ; 3)

La forme générale de l'équation est $d \equiv y = mx + p$

a) $m = 2 \Rightarrow$ $d \equiv y = 2x + p$

b) $(1 ; 3) \in d \Rightarrow 3 = 2 . 1 + p$

$3 = 2 + p$

$1 = p \Rightarrow$ $d \equiv y = 2x + 1$

Exemple2 :

Équation de la droite d passant par les points (1 ; 5) et (3 ; 1)

La forme générale de l'équation est $d \equiv y = mx + p$

a) La droite passe par les points (1 ; 5) et (3 ; 1)

$\Rightarrow m = \frac{1-5}{3-1} = \frac{-4}{2} = -2 \Rightarrow$ $d \equiv y = -2x + p$

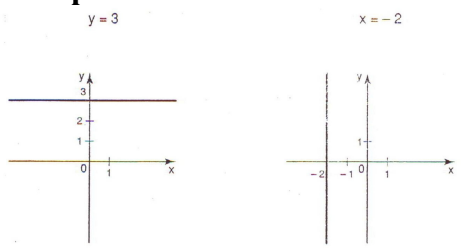
b) $(1 ; 3) \in d \Rightarrow 1 = -2 . 3 + p$

$1 = -6 + p$

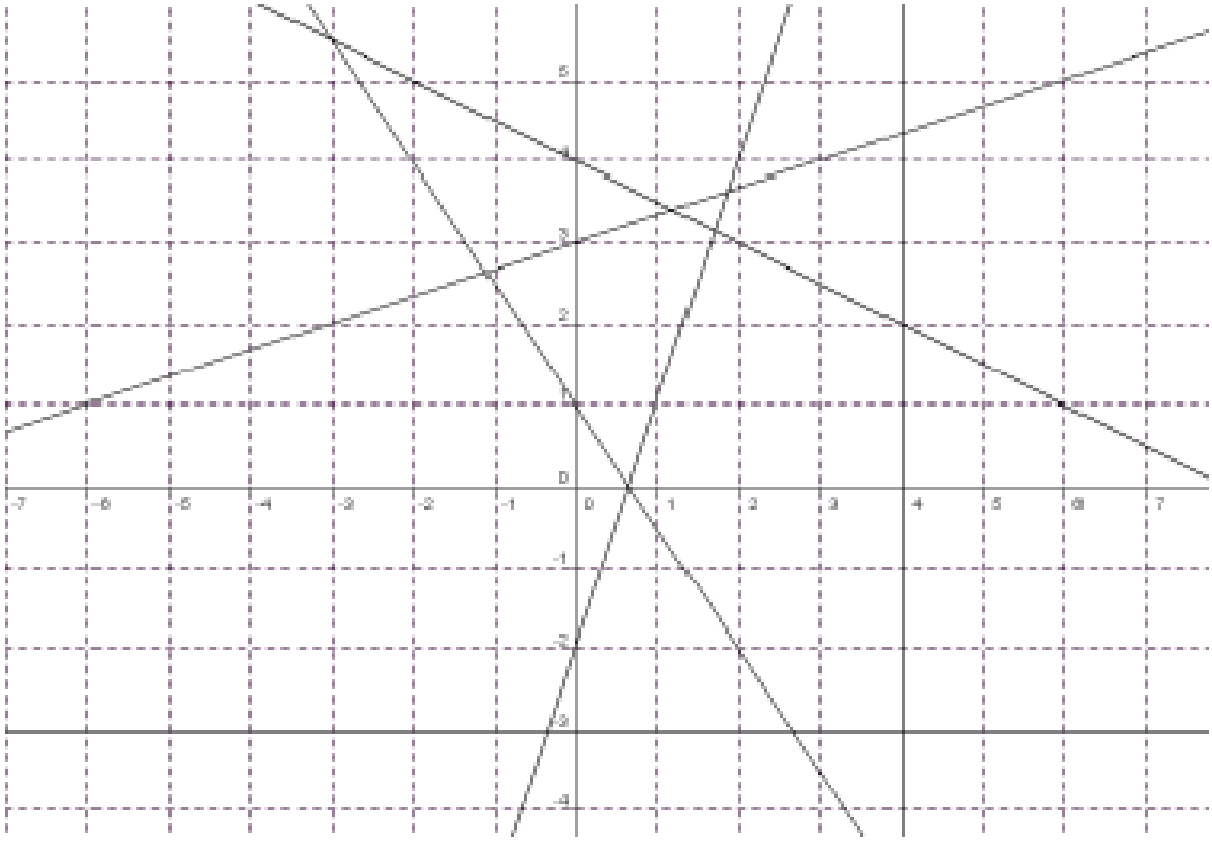
$7 = p \Rightarrow$ $d \equiv y = -2x + 7$

Remarques :
Si la droite est parallèle à l'axe x, alors la pente est nulle ; l'équation s'écrit sous la forme y = p.
Si la droite est parallèle à l'axe y, alors la pente n'existe pas ; l'équation s'écrit sous la forme x = k.

Exemple :



A vous de déterminer les équations de ces droites !



G) Pour aller plus loin…

Formules à savoir

(D) : *y= mx+p* **et (D') *y = m'x+p'***

(D) // (D') ⇔ *m=m'*

(D) ⊥ (D') ⇔ *mm'= - 1*

Dans un repère orthonormé d'un plan, si les coordonnées du point A sont (x_A, y_A) et celle de B (x_B, y_B) alors les coordonnées du point M milieu du segment [AB] sont données par $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

Point d'intersection de deux droites

Droites sécantes

Soit les droites d'équations $y = 2x - 3$ *et* $y = -3x + 2$.

Elles ont pour coefficient directeur 2 et –3 qui sont différents.

les droites sont donc sécantes, soit I leur point d'intersection de coordonnées *(x ; y)*

(x ; y) doivent vérifier le système $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -3x + 2 \end{cases}$

Résolution du système

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 2 = 2x - 3 \\ y = -3x + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x = -5 \\ y = -3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3(1) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \qquad I(-1;1)$$

Le point d'intersection des droites est le point I de coordonnées *(1 ; -1).*

Droites parallèles

Soit les droites d'équations $y = 2x + 4$ *et* $y = 2x + 3$.

Elles sont parallèles car elles ont pour coefficient directeur 2 et 2 qui sont égaux

Les droites sont strictement parallèles car leurs ordonnées à l'origine sont différentes $(4 \neq 3)$

donc il n'y a pas de point d'intersection.

Soit les droites d' équations $x = 4$ *et* $x = 3$. Les droites sont strictement parallèles donc il n'y a pas de point d'intersection

H) Application aux pourcentages

	Prendre **5**% de x.	Augmenter x de 5%.	Diminuer x de 5%.
Calcul à effectuer	Multiplier par **0,05**	Multiplier par **1,05**	Multiplier par **0,95**
Fonction linéaire	$f : x \longmapsto 0{,}05\,x$	$g : x \longmapsto 1{,}05\,x$	$h : x \longmapsto 0{,}95\,x$
Exemple :	Prendre 5% de 20 : $f(20) = 0{,}05 \times 20 = 1$	Augmenter 20 de 5% : $g(20) = 1{,}05 \times 20 = 21$	Diminuer 20 de 5% : $h(20) = 0{,}95 \times 20 = 19$

Exercices

Un objet coûte x euros ; son prix augmente de 13 % ; l'objet coûte maintenant y euros.
a. Exprimer y en fonction de x.
b. Déterminer x sachant que y = 339 euros.

Le Conseil Général d'un département compte 60 élus. Chacun d'entre eux représente l'un des trois partis A, B et C.

- Le parti A compte 15 élus ;
- 45 % des élus appartiennent au parti B ;
- le reste des élus représente la parti C.

Calculer le pourcentage des élus qui appartiennent au parti A.
Calculer le nombre d'élus du parti B.
Calculer le nombre d'élus du parti C.